

Dva matematici a jejich rozhovor

Pavel Rajmic

profesorská přednáška, ÚTKO FEKT VUT v Brně

16. května 2022

Zadání úlohy

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla.

Damián: To jsem věděl.

Ctirad: A tak já už je vím.

Damián: No já teď už taky!

Pomůcka: Uvažujte pouze součiny menší než 100.

Zadání úlohy, značení

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Označme repliky

Zadání úlohy, značení

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Označme repliky
- Označme $c = a \cdot b$, $d = a + b$

Zadání úlohy, značení

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Označme repliky
- Označme $c = a \cdot b$, $d = a + b$
- Prvočísla $2, 3, 5, 7, 11 \dots$; všechna kromě 2 jsou lichá

Zadání úlohy, značení

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Označme repliky
- Označme $c = a \cdot b$, $d = a + b$
- Prvočísla 2, 3, 5, 7, 11 ...; všechna kromě 2 jsou lichá
- Ctirad a Damián oba řeší „tutéž“ úlohu, ale oni znají c , respektive d

Zadání úlohy, poznámky

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všech možností je $\binom{\max - \min + 2}{2}$

Zadání úlohy, poznámky

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všech možností je $\binom{\max - \min + 2}{2}$
- Budeme postupně filtrovat tyto možnosti (síta)

Zadání úlohy, poznámky

Jsou dána dvě přirozená čísla $a, b > 1$. Ctirad zná pouze jejich součin $a \cdot b$, Damián zná pouze součet $a + b$. Na základě jejich rozhovoru o číslech a, b najděte tato čísla, pokud víte, že jsou oba excelentní matematici.

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všech možností je $\binom{\max - \min + 2}{2}$
- Budeme postupně filtrovat tyto možnosti (síta)
- Předpokládejme BÚNO $a \leq b$ díky komutativitě; filtr (F0)

Replika (R1)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Když tohle C řekl, znamená to, že existuje více možností, jak c rozložit na součin: $c = ab = a_1b_1 = a_2b_2$

Replika (R1)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Když tohle C řekl, znamená to, že existuje více možností, jak c rozložit na součin: $c = ab = a_1 b_1 = a_2 b_2$
- Ani kdyby jedno z nich bylo prvočíslo, nepomohlo by to jednoznačnosti součinu
př. $c = 66 = 11 \cdot 6 = 22 \cdot 3$

Replika (R1)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Když tohle C řekl, znamená to, že existuje více možností, jak c rozložit na součin: $c = ab = a_1 b_1 = a_2 b_2$
- Ani kdyby jedno z nich bylo prvočíslo, nepomohlo by to jednoznačnosti součinu
př. $c = 66 = 11 \cdot 6 = 22 \cdot 3$
- Tedy a, b nejsou současně prvočísla
př. řešení nemůže být $[5,7]$, protože $c = 35 \stackrel{!}{=} 5 \cdot 7$

Replika (R1)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Když tohle C řekl, znamená to, že existuje více možností, jak c rozložit na součin: $c = ab = a_1 b_1 = a_2 b_2$
- Ani kdyby jedno z nich bylo prvočíslo, nepomohlo by to jednoznačnosti součinu
př. $c = 66 = 11 \cdot 6 = 22 \cdot 3$
- Tedy a, b nejsou současně prvočísla
př. řešení nemůže být $[5,7]$, protože $c = 35 \stackrel{!}{=} 5 \cdot 7$
- Tedy filtr (F1) vymaže dvojice prvočísel.
(zatím ale neprovedeme)

Replika (R2)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R2) znamená, že C nepřinesl D novou informaci.

Replika (R2)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R2) znamená, že C nepřinesl D novou informaci.
- Tedy když si D udělá všechny možné součty

$$d = a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = \dots,$$

žádná z těch dvojic $[a_i, b_i]$ není současně prvočíselná

Replika (R2)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R2) znamená, že C nepřinesl D novou informaci.
- Tedy když si D udělá všechny možné součty
$$d = a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = \dots,$$
žádná z těch dvojic $[a_i, b_i]$ není současně prvočíselná
- Jinak řečeno, pokud jedna z dvojic
$$[2, d - 2], [3, d - 3], \dots, \left[\lfloor \frac{d}{2} \rfloor, d - \lfloor \frac{d}{2} \rfloor \right]$$
je prvočíselná, pak všechny tyto dvojice vypadávají
př. $d = 6$ nevyhovuje, neboť lze $6 = 3 + 3$

Replika (R2)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R2) znamená, že C nepřinesl D novou informaci.
- Tedy když si D udělá všechny možné součty
$$d = a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = \dots,$$
žádná z těch dvojic $[a_i, b_i]$ není současně prvočíselná
- Jinak řečeno, pokud jedna z dvojic
$$[2, d - 2], [3, d - 3], \dots, \left[\lfloor \frac{d}{2} \rfloor, d - \lfloor \frac{d}{2} \rfloor \right]$$
je prvočíselná, pak všechny tyto dvojice vypadávají
př. $d = 6$ nevyhovuje, neboť lze $6 = 3 + 3$
- Filtr (F2) pro každou dvojici udělá všechny alternativní rozklady a vymaže ji, pokud najde prvočíselný rozklad

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Každé sudé číslo $n > 2$ lze vyjádřit jako součet dvou prvočísel

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Každé sudé číslo $n > 2$ lze vyjádřit jako součet dvou prvočísel

Příklady

- $44 = 3 + 41$

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Každé sudé číslo $n > 2$ lze vyjádřit jako součet dvou prvočísel

Příklady

- $44 = 3 + 41$
- $42 = 5 + 37$

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Každé sudé číslo $n > 2$ lze vyjádřit jako součet dvou prvočísel

Příklady

- $44 = 3 + 41$
- $42 = 5 + 37$
- $47 = ? + ?$

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Každé sudé číslo $n > 2$ lze vyjádřit jako součet dvou prvočísel

- Důsledek:

Filtr (F2) lze díky Goldbachovi urychlit.

Ve dvojici $[a, b]$ jsou obě čísla stejné parity $\Leftrightarrow a + b$ je sudé, a tím pádem podle Goldbacha existují $p_1 + p_2 = a + b$, která tedy diskvalifikují $[a, b]$.

- Takže (F2') vymaže všechny dvojice stejné parity a pak teprve kontroluje zbylé (tj. liché) součty d , zda existuje $d = p_1 + p_2$.
- Nicméně všechna prvočísla vyjma dvojky jsou lichá, takže postačí zkontrolovat, zda existuje možnost $2 + p = d$, a tyto kombinace odfiltrovat.

Odbočka – Goldbachova hypotéza

Goldbach (1742):

Každé sudé číslo $n > 2$ lze vyjádřit jako součet dvou prvočísel

- Důsledek:

Filtr (F2) lze díky Goldbachovi urychlit.

Ve dvojici $[a, b]$ jsou obě čísla stejné parity $\Leftrightarrow a + b$ je sudé, a tím pádem podle Goldbacha existují $p_1 + p_2 = a + b$, která tedy diskvalifikují $[a, b]$.

- Takže (F2') vymaže všechny dvojice stejné parity a pak teprve kontroluje zbylé (tj. liché) součty d , zda existuje $d = p_1 + p_2$.
- Nicméně všechna prvočísla vyjma dvojky jsou lichá, takže postačí zkontrolovat, zda existuje možnost $2 + p = d$, a tyto kombinace odfiltrovat.
- Filtr (F2') je rychlý, tak jej provedeme jako první. Zbývá se vrátit k (F1), který měl najít všechny prvočíselné dvojice $[a, b]$.
Ale takové už tam nezůstaly! ($[2, p]$ i $[p_1, p_2]$ jsou pryč)

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R3) znamená, že když C vezme svůj součin c , udělá všechny faktorizace $c = a_1 b_1 = \dots = a_N b_N$, a pro každou z těchto dvojic součinitelů $[a_1, b_1], \dots, [a_N, b_N]$ udělá všechny možné dvojice součtů, pak **jediný** z těchto rozkladů **nebude** obsahovat dvojici prvočísel.

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R3) znamená, že když C vezme svůj součin c , udělá všechny faktorizace $c = a_1 b_1 = \dots = a_N b_N$, a pro každou z těchto dvojic součinitelů $[a_1, b_1], \dots, [a_N, b_N]$ udělá všechny možné dvojice součtů, pak **jediný** z těchto rozkladů **nebude** obsahovat dvojici prvočísel.
- př. $c = 42 = 2 \cdot 21 \Rightarrow$ součet $d = 23$
 $[2, 21], [3, 20], [4, 19], [5, 18], \dots, [10, 13], [11, 12]$ – žádná není dvojice prvočísel

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R3) znamená, že když C vezme svůj součin c , udělá všechny faktorizace $c = a_1 b_1 = \dots = a_N b_N$, a pro každou z těchto dvojic součinitelů $[a_1, b_1], \dots, [a_N, b_N]$ udělá všechny možné dvojice součtů, pak **jediný** z těchto rozkladů **nebude** obsahovat dvojici prvočísel.
- př. $c = 42 = 2 \cdot 21 \Rightarrow$ součet $d = 23$
 $[2, 21], [3, 20], [4, 19], [5, 18], \dots, [10, 13], [11, 12]$ – žádná není dvojice prvočísel
 $c = 42 = 3 \cdot 14 \Rightarrow$ součet $d = 17$
 $[2, 15], [3, 14], [4, 13], [5, 14], \dots, [7, 10], [8, 9]$ – žádná není dvojice prvočísel

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R3) znamená, že když C vezme svůj součin c , udělá všechny faktorizace $c = a_1 b_1 = \dots = a_N b_N$, a pro každou z těchto dvojic součinitelů $[a_1, b_1], \dots, [a_N, b_N]$ udělá všechny možné dvojice součtů, pak **jediný** z těchto rozkladů **nebude** obsahovat dvojici prvočísel.
- př. $c = 42 = 2 \cdot 21 \Rightarrow$ součet $d = 23$
 $[2, 21], [3, 20], [4, 19], [5, 18], \dots, [10, 13], [11, 12]$ – žádná není dvojice prvočísel
 $c = 42 = 3 \cdot 14 \Rightarrow$ součet $d = 17$
 $[2, 15], [3, 14], [4, 13], [5, 14], \dots, [7, 10], [8, 9]$ – žádná není dvojice prvočísel
 $c = 42 = 6 \cdot 7 \Rightarrow$ součet $d = 13$
 $[2, 11], [3, 10], [4, 9], [5, 8], [6, 7]$ – jedna dvojice prvočísel

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Replika (R3) znamená, že když C vezme svůj součin c , udělá všechny faktorizace $c = a_1 b_1 = \dots = a_N b_N$, a pro každou z těchto dvojic součinitelů $[a_1, b_1], \dots, [a_N, b_N]$ udělá všechny možné dvojice součtů, pak **jediný** z těchto rozkladů **nebude** obsahovat dvojici prvočísel.
- př. $c = 42 = 2 \cdot 21 \Rightarrow$ součet $d = 23$
 $[2, 21], [3, 20], [4, 19], [5, 18], \dots, [10, 13], [11, 12]$ – žádná není dvojice prvočísel
 $c = 42 = 3 \cdot 14 \Rightarrow$ součet $d = 17$
 $[2, 15], [3, 14], [4, 13], [5, 14], \dots, [7, 10], [8, 9]$ – žádná není dvojice prvočísel
 $c = 42 = 6 \cdot 7 \Rightarrow$ součet $d = 13$
 $[2, 11], [3, 10], [4, 9], [5, 8], [6, 7]$ – jedna dvojice prvočísel
 $\Rightarrow c = 42$ nemůže vyhovovat (R3)

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všechny kombinace $[a, b]$ byly testovány filtrem (F2') na možnost $a + b = d = p_1 + p_2$, a tyto byly vymazány.

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všechny kombinace $[a, b]$ byly testovány filtrem (F2') na možnost $a + b = d = p_1 + p_2$, a tyto byly vymazány.
- Proto pokud po (F2') zbylo více kombinací $[a, b]$ se stejným součinem, tak ty všechny neobsahují dvojici prvočísel.

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všechny kombinace $[a, b]$ byly testovány filtrem (F2') na možnost $a + b = d = p_1 + p_2$, a tyto byly vymazány.
- Proto pokud po (F2') zbylo více kombinací $[a, b]$ se stejným součinem, tak ty všechny neobsahují dvojici prvočísel.
- Výroku (R3) ale odpovídají pouze součiny ab , pro něž zůstane po (F2') pouze **jediná** kombinace $[a, b]$.

Replika (R3)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- Všechny kombinace $[a, b]$ byly testovány filtrem (F2') na možnost $a + b = d = p_1 + p_2$, a tyto byly vymazány.
- Proto pokud po (F2') zbylo více kombinací $[a, b]$ se stejným součinem, tak ty všechny neobsahují dvojici prvočísel.
- Výroku (R3) ale odpovídají pouze součiny ab , pro něž zůstane po (F2') pouze **jediná** kombinace $[a, b]$.
- Filtr (F3) nechť tedy vymaže všechny kombinace, pro které se shodný součin vyskytuje víc než jedenkrát.

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- D zná součet d . Provede všechny přípustné (tj. nevyfiltrované) součty $d = a + b$.

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem vědel. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- D zná součet d . Provede všechny přípustné (tj. nevyfiltrované) součty $d = a + b$.
- Pokud by takových bylo více než jeden, znamenalo by to, že existuje více přípustných součinů ab , což ale odporuje (R4), která implikuje jednoznačnost.

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- D zná součet d . Provede všechny přípustné (tj. nevyfiltrované) součty $d = a + b$.
- Pokud by takových bylo více než jeden, znamenalo by to, že existuje více přípustných součinů ab , což ale odporuje (R4), která implikuje **jednoznačnost**.
- Filtr (F4) tedy vymaže všechny kombinace, pro které se shodné součty vyskytnou více než jedenkrát.

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 19 = 3 + 16, \text{ součin } 3 \cdot 16 = 48$$

$$d = 19 = 8 + 11, \text{ součin } 8 \cdot 11 = 88$$

D ví, že C má součin buď 48 nebo 88

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 19 = 3 + 16, \text{ součin } 3 \cdot 16 = 48$$

$$d = 19 = 8 + 11, \text{ součin } 8 \cdot 11 = 88$$

D ví, že C má součin buď 48 nebo 88

$$48 = 2 \cdot 24 = \underbrace{3 \cdot 16}_{\text{součet } 19=2+17, \text{ dvě prvočísla}} = 4 \cdot 12 = 6 \cdot 8$$

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 19 = 3 + 16, \text{ součin } 3 \cdot 16 = 48$$

$$d = 19 = 8 + 11, \text{ součin } 8 \cdot 11 = 88$$

D ví, že C má součin buď 48 nebo 88

$$48 = 2 \cdot 24 = \underbrace{3 \cdot 16}_{\text{součet } 19=2+17, \text{ dvě prvočísla}} = 4 \cdot 12 = 6 \cdot 8$$

$$88 = 2 \cdot 44 = 4 \cdot 22 = \underbrace{8 \cdot 11}_{\text{součet } 19=2+17, \text{ dvě prvočísla}}$$

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 19 = 3 + 16, \text{ součin } 3 \cdot 16 = 48$$

$$d = 19 = 8 + 11, \text{ součin } 8 \cdot 11 = 88$$

D ví, že C má součin buď 48 nebo 88

$$48 = 2 \cdot 24 = \underbrace{3 \cdot 16}_{\text{součet } 19=2+17, \text{ dvě prvočísla}} = 4 \cdot 12 = 6 \cdot 8$$

$$88 = 2 \cdot 44 = 4 \cdot 22 = \underbrace{8 \cdot 11}_{\text{součet } 19=2+17, \text{ dvě prvočísla}}$$

$\Rightarrow d = 19$ nevyhovuje (R4)

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 17 = 4 + 13, \text{ součin } 4 \cdot 13 = 52$$

D ví, že C má součin 52

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 17 = 4 + 13, \text{ součin } 4 \cdot 13 = 52$$

D ví, že C má součin 52

$$52 = 2 \cdot 26 =$$

$$\underbrace{4 \cdot 13}$$

součet $17=2+15=3+14=4+13=5+12=6+11=7+10=8+9$ neobsahuje dvě prvočísla

Replika (R4)

Ctirad: Nevím, která jsou to čísla. (R1)

Damián: To jsem věděl. (R2)

Ctirad: A tak já už je vím. (R3)

Damián: No já teď už taky! (R4)

- př.

$$d = 17 = 4 + 13, \text{ součin } 4 \cdot 13 = 52$$

D ví, že C má součin 52

$$52 = 2 \cdot 26 =$$

$$\underbrace{4 \cdot 13}$$

součet $17=2+15=3+14=4+13=5+12=6+11=7+10=8+9$ neobsahuje dvě prvočísla

$\Rightarrow d = 17$ vyhovuje (R4)

Řešení

- Řešením je dvojice $[4, 13]$

Řešení

- Řešením je dvojice $[4, 13]$
- a další, ale ta mají součin vyšší než sto

Řešení

- Řešením je dvojice $[4, 13]$
- a další, ale ta mají součin vyšší než sto
- $[4, 61], [16, 73], [32, 131], \dots$

Řešení

- Řešením je dvojice $[4, 13]$
- a další, ale ta mají součin vyšší než sto
- $[4, 61], [16, 73], [32, 131], \dots$

Řešení

- Řešením je dvojice $[4, 13]$
- a další, ale ta mají součin vyšší než sto
- $[4, 61], [16, 73], [32, 131], \dots$

No a co s tím?